

微分方程式による人口変動モデル

河本直紀

要 約

人口の変動を法則として表現したものとしてはマルサスによるモデルがよく知られている．このモデルは，人口の変化率はそのときの人口に比例すると表現される．数式で表わせば，時刻 t における人口を $p = p(t)$ とすると

$$\frac{dp}{dt} = c p$$

となる．ただし， c は定数である．1 年間の人口の増減数はそのときの総人口に比例すると考えるのは自然であり，微分方程式にすれば(1)のような式となる．明治以降の日本の人口に当てはめてみても 1970 年頃までの人口増加については良い近似を与えていることが分かる．しかしながら $c > 1$ の場合には(1)の解は $t \rightarrow \infty$ のときに $p \rightarrow \infty$ となり現実的ではない．ここでは(1)における定数 c を t の関数 $q = q(t)$ で置き換えることにより，現在の人口減少まで近似できて，近い将来の予測も可能になることを示したい．微分方程式としては

$$\frac{dp}{dt} = q(t) p$$

となる．ただし，関数 $q(t)$ としては区分的に線形な関数を採用することにする．その係数を過去の国勢調査等によるデータから決めると，簡単な方式ではあるが，明治期から現在の人口減少期までのかなり良い近似を与えることが分かる．